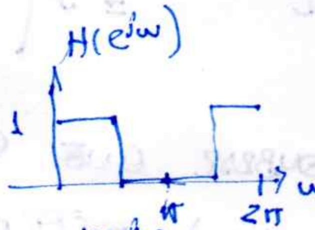
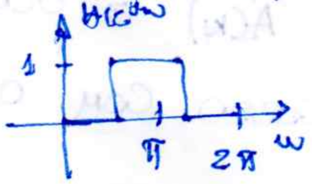
APROXIMAÇÃO POR AMOSTRAGEM NA FREQUÊNCIA

O PROJETO DE UM FILTRO CONSISTE EM DETERMINAR $h(n)$ CUJA $H(e^{jw})$ TEM A CARACTERÍSTICA DESEJADA:

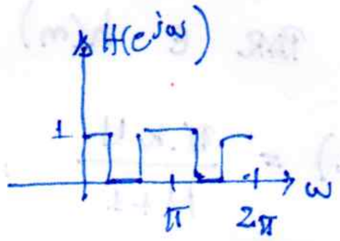
1. PASSA-BAIXA



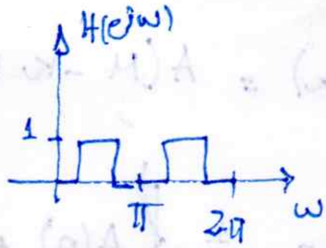
2. PASSA-ALTA



3. REJEITA-FAIXA



4. PASSA-FAIXA



O PROJETO POR AMOSTRAGEM EM FREQUÊNCIA CONSISTE EM RETIRAR N AMOSTRAS DE $H(e^{jw})$ E OBTER $h(n)$ CUJAS TRANSFORMADAS APROXIMA ESSAS AMOSTRAS. OU SEJA, OBTER $H(e^{j\frac{2\pi k}{N}})$ E APLICAR A TRANSFORMADA INVERSA, DAÍ A DENOMINAÇÃO AMOSTRAGEM EM FREQUÊNCIA.

FIR-6

SE DESEJAMOS UMA RESPOSTA $D(\omega)$, PODEMOS ~~APENAS~~ ESCREVER

$$A(k).e^{j\theta(k)} = D\left(\frac{\omega_s.k}{M}\right) \qquad k = 0, 1, \ldots, M.$$

PORÉM VALE LEMBRAR QUE QUEREMOS FILTROS COM FASE LINEAR, LOGO $A(k)$ E $\theta(k)$ TEM PROPRIEDADES ESPECÍFICAS DE ACORDO COM O TIPO DE FILTRO.

TIPO I: M PAR E $h(n)$ SIMÉTRICA, ENTÃO

$$\theta(k) = \frac{-\pi.k.M}{M+1}, \qquad 0 \leq k \leq M$$

$$A(k) = A(M-k+1), \qquad 1 \leq k \leq \frac{M}{2}$$

E
$$h(n) = \frac{1}{M+1}\left\{A(0) + 2\sum_{k=1}^{\frac{M}{2}} (-1)^k A(k).\cos\left[\frac{\pi.k(1+2n)}{M+1}\right]\right\}$$

$$n = 0, 1, \ldots, M.$$

TIPO II: M ÍMPAR h(m) SIMÉTRICA

$$\theta(k) = \begin{cases} -\dfrac{\pi . k M}{M+1}, & 0 \le k \le \dfrac{M-1}{2} \\ \pi - \dfrac{\pi k M}{M+1}, & \dfrac{M+3}{2} \le k \le M \end{cases}$$

$$A\left(\frac{M+1}{2}\right) = 0, \quad A(k) = A(M-k+1), \quad 1 \le k \le \frac{M+1}{2}$$

E

$$h(m) = \frac{1}{M+1}\left\{ A(0) + 2\sum_{k=1}^{\frac{M-1}{2}} (-1)^k . \cos\left[\frac{\pi k(1+2m)}{M+1}\right]\right\}$$

$m = 0, 1, \ldots, M.$

TIPO III: M PAR h(m) ANTI-SIMÉTRICA

$$\theta(k) = \frac{(1+2r)\pi}{2} - \frac{\pi . k . M}{M+1}, \quad r \in \mathbb{Z} \text{ e } 0 \le k \le M.$$

$$A(0) = 0, \quad A(k) = A(M-k+1), \quad 1 \le k \le \frac{M}{2}$$

E

$$h(m) = \frac{2}{M+1}\sum_{k=1}^{\frac{M}{2}} (-1)^{k+1} A(k) . \operatorname{sen}\left[\frac{\pi k(1+2m)}{M+1}\right]$$

$m = 0, 1, \ldots, M$

FIR - 8

TIPO IV : M ÍMPAR h(m) ANTI-SIMÉTRICOS.

$$\theta(k) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k M}{M+1}, & 1 \le k \le \frac{M-1}{2} \\ -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi k M}{M+1}, & \frac{M+1}{2} \le k \le M \end{cases}$$

$$A(0) = 0 \ , \quad A(k) = A(M-k+1) \quad 1 \le k \le M$$

E

$$h(m) = \frac{1}{M+1}\left\{(-1)^{\frac{M+1}{2}+m} A\left(\frac{M+1}{2}\right) + 2\sum_{k=1}^{\frac{M-1}{2}} (-1)^{k} A(k).\,\text{sen}\left[\frac{\pi k(1+2m)}{M+1}\right]\right\}$$

$m = 0, 1, \ldots, M.$

EXEMPLO : SLIDE

EXERCÍCIO : SLIDE

Filter type	Impulse response $h(n)$, for $n = 0, 1, \ldots, M$	Condition
Type I	$\frac{1}{M+1}\left[A(0) + 2\sum_{k=1}^{\frac{M}{2}} (-1)^k A(k)\cos\frac{\pi k(1+2n)}{M+1}\right]$	
Type II	$\frac{1}{M+1}\left[A(0) + 2\sum_{k=1}^{\frac{M-1}{2}} (-1)^k A(k)\cos\frac{\pi k(1+2n)}{M+1}\right]$	$A\left(\frac{M+1}{2}\right) = 0$
Type III	$\frac{2}{M+1}\sum_{k=1}^{\frac{M}{2}} (-1)^{k+1} A(k)\sin\frac{\pi k(1+2n)}{M+1}$	$A(0) = 0$
Type IV	$\frac{1}{M+1}\left[(-1)^{\frac{M+1}{2}+n} A\left(\frac{M+1}{2}\right) + 2\sum_{k=1}^{\frac{M-1}{2}} (-1)^k A(k)\sin\frac{\pi k(1+2n)}{M+1}\right]$	$A(0) = 0$

- Projeto por amostragem na frequência
  - Exemplo: $M = 52$, $\Omega_p = 4rad/s$, $\Omega_r = 4,2rad/s$, $\Omega_s = 10rad/s$.
  - Vamos dividir o intervalo $[0, \Omega_s]$ em $(M+1) = 53$ intervalos, cada um de comprimento $\frac{\Omega_s}{M+1}$ e começando em $\Omega_k = \frac{\Omega_s}{M+1}$, para $k = 0, 1, ..., M$.
  - De acordo com as especificações temos

$$k_p = \lfloor (M+1)\frac{\Omega_p}{\Omega_s} \rfloor = \lfloor 53.\frac{4}{10} \rfloor = 21$$

$$k_r = \lfloor (M+1)\frac{\Omega_r}{\Omega_s} \rfloor = \lfloor 53.\frac{4.2}{10} \rfloor = 22$$

  - Assim

$$A(k) = \begin{cases} 1, & para\ 0 \leq k \leq k_p \\ 0, & para\ k_r \leq k \leq \frac{M}{2} \end{cases}$$

- Projeto por amostragem na frequência
  - Filtro passa-faixa, banda de passagem $-1 \leq |H(e^{j\omega})|_{dB} \leq 0$ para $0,42\pi \leq \omega \leq 0.61\pi$, $\Omega_s = 10rad/s$, e $|H(e^{j\omega})|_{dB} < -60$ para $0 \leq \omega \leq 0,16\pi$ e $0,87\pi \leq \omega \leq \pi$.